

量子力学第四讲：一维定态问题

刘宁

2026 年 9 月 24 日

本讲讨论一维定态问题。首先从一维无限深势阱出发，分别在 $0 < x < a$ 和 $-a < x < a$ 两种区间内求解定态薛定谔方程，给出能量本征值和归一化波函数，并对比两者的异同。随后讨论一维有限深势阱，由于边界条件给出的是超越方程，一般不能解析求解，我们通过图解说明束缚态的存在与数目。接着分析一维阶梯势垒，分别讨论 $E < V_0$ 和 $E > V_0$ 两种情形下的反射与透射。最后求解一维谐振子，得到等间距的能级和厄米多项式形式的波函数。

1 一维无限深势阱

1.1 非对称无限深势阱

考虑一维无限深势阱，势能函数为

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a, \\ \infty, & \text{其他.} \end{cases} \quad (1)$$

粒子被限制在 $0 < x < a$ 区域内，在边界外波函数必须为零。因此边界条件为

$$\psi(0) = 0, \quad \psi(a) = 0. \quad (2)$$

在势阱内部 $0 < x < a$ ，势能 $V = 0$ ，定态薛定谔方程为

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi. \quad (3)$$

令

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, \quad (4)$$

则方程化为

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0. \quad (5)$$

其通解为

$$\psi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx). \quad (6)$$

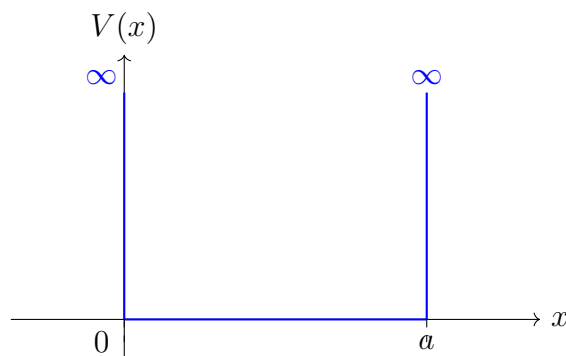


图 1: 一维无限深势阱 $0 < x < a$ 的势能图。

由边界条件 $\psi(0) = 0$, 得 $B = 0$ 。因此

$$\psi(x) = A \sin(kx). \quad (7)$$

再由 $\psi(a) = 0$, 得

$$A \sin(ka) = 0. \quad (8)$$

非平庸解要求 $A \neq 0$, 因此

$$ka = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

于是

$$k_n = \frac{n\pi}{a}. \quad (10)$$

对应的能量本征值为

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

归一化波函数: 由归一化条件

$$\int_0^a |A|^2 \sin^2(k_n x) dx = 1, \quad (12)$$

计算得

$$|A|^2 \frac{a}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2}{a}}. \quad (13)$$

因此归一化波函数为

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right), \quad 0 < x < a, \quad (14)$$

能量 E_n 与 n^2 成正比, 能级间隔随 n 增大而增大。基态能量 $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} > 0$, 称为零点能。这是不确定性原理的体现: 粒子被限制在宽度 a 的区域内, 动量不确定度 Δp 不为零, 因此能量不能为零。波函数 $\psi_n(x)$ 有 $n - 1$ 个节点 (不包括边界)。随着 n 增大, 波函数振荡次数增多。

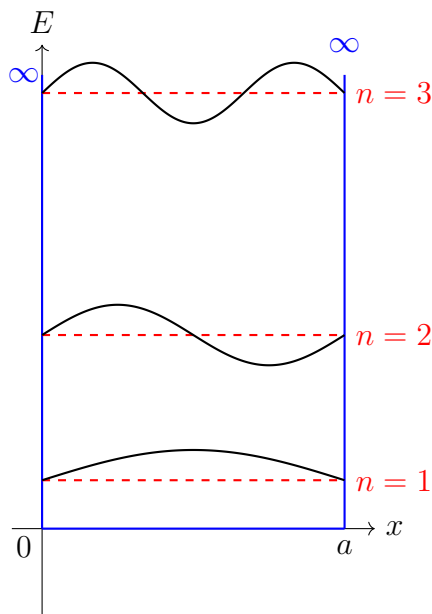


图 2: 一维无限深势阱 $0 < x < a$ 的前三个能级及对应的波函数示意图。

1.2 对称无限深势阱

现在考虑势阱关于原点对称的情况:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a, \\ \infty, & |x| > a. \end{cases} \quad (15)$$

边界条件为

$$\psi(-a) = 0, \quad \psi(a) = 0. \quad (16)$$

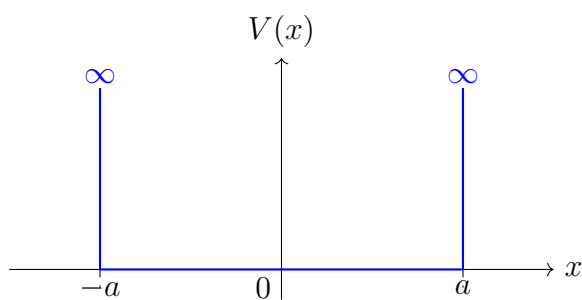


图 3: 对称一维无限深势阱 $-a < x < a$ 的势能图。

在阱内 $|x| < a$, 方程同样为

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}. \quad (17)$$

通解为

$$\psi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx). \quad (18)$$

由 $\psi(a) = 0$ 和 $\psi(-a) = 0$ 得

$$A \cos(ka) + B \sin(ka) = 0, \quad (19)$$

$$A \cos(ka) - B \sin(ka) = 0. \quad (20)$$

将两式相加和相减，分别得到

$$2A \cos(ka) = 0, \quad 2B \sin(ka) = 0. \quad (21)$$

由于波函数不能恒为零， A 与 B 不能同时为零，因此上述两个方程要求下列两种情形之一成立：

- $A \neq 0, B = 0$ 。此时必须有

$$\cos(ka) = 0 \Rightarrow ka = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

波函数为

$$\psi(x) = A \cos(kx), \quad (23)$$

它是偶函数。

- $A = 0, B \neq 0$ 。此时必须有

$$\sin(ka) = 0 \Rightarrow ka = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

波函数为

$$\psi(x) = B \sin(kx), \quad (25)$$

它是奇函数。

由此可见，直接代入通解和边界条件后，解自然地分成两类：一类是偶宇称解，另一类是奇宇称解。对于给定的能量（即给定的 k ），只能属于其中一类，不可能同时含有奇偶成分。这正是边界条件所强加的结果，而不是事先的假设。将两类解统一编号，可以写为

$$k_n = \frac{n\pi}{2a}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (26)$$

对应的能量本征值为

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{8ma^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (27)$$

归一化波函数为

$$\psi_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}} \cos\left(\frac{n\pi x}{2a}\right), & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{1}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{2a}\right), & n \text{ 为偶数,} \end{cases} \quad |x| < a, \quad (28)$$

在 $|x| > a$ 时 $\psi_n(x) = 0$ 。

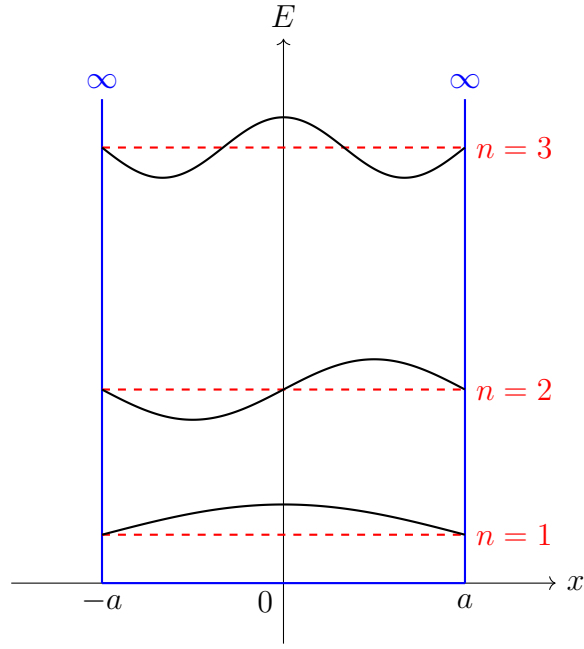


图 4: 对称一维无限深势阱的前三个能级及对应的波函数示意图。 $n = 1$ 为偶宇称, $n = 2$ 为奇宇称, $n = 3$ 为偶宇称。

1.3 对称与非对称无限深势阱结果的讨论

非对称势阱宽度为 a , 能量为

$$E_n^{\text{asym}} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}. \quad (29)$$

对称势阱宽度为 $2a$, 能量为

$$E_n^{\text{sym}} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{8ma^2} = \frac{1}{4} E_n^{\text{asym}}. \quad (30)$$

可见, 势阱宽度加倍后, 能量本征值缩小为原来的 $1/4$ 。基态能量从 $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$ 变为 $\frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2}$ 。这是因为粒子被限制的空间越大, 动量不确定度越小, 零点能越低。

此外, $0 < x < a$ 的波函数都是正弦函数, 没有确定的宇称; 而 $-a < x < a$ 的波函数具有确定的宇称, 奇宇称解对应偶数 n , 偶宇称解对应奇数 n 。

2 一维有限深势阱

2.1 势阱模型

考虑一维有限深势阱:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| < a, \\ V_0, & |x| > a, \end{cases} \quad V_0 > 0. \quad (31)$$

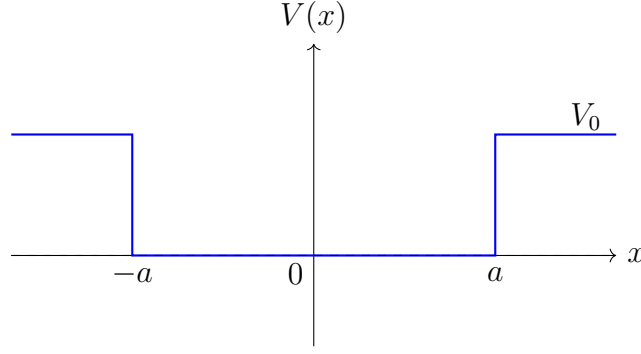


图 5: 一维有限深势阱。

我们关心束缚态，即能量满足 $0 < E < V_0$ 的态。

在三个区域分别求解定态薛定谔方程：

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi = E\psi. \quad (32)$$

区域 I: $x < -a$, $V = V_0$,

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \kappa^2\psi, \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar} > 0. \quad (33)$$

解为

$$\psi_{\text{I}}(x) = Ce^{\kappa x}. \quad (34)$$

区域 II: $|x| < a$, $V = 0$,

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} > 0. \quad (35)$$

解为

$$\psi_{\text{II}}(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx). \quad (36)$$

区域 III: $x > a$, $V = V_0$,

$$\psi_{\text{III}}(x) = De^{-\kappa x}. \quad (37)$$

在 $x = \pm a$ 处，波函数及其导数必须连续。由于势能关于原点对称，解可以取为偶宇称或奇宇称。

- 偶宇称解: $\psi(-x) = \psi(x)$, 则

$$\psi_{\text{II}}(x) = A \cos(kx), \quad (38)$$

并且 $\psi_{\text{I}}(x) = Ce^{\kappa x}$, $\psi_{\text{III}}(x) = Ce^{-\kappa x}$ 。在 $x = a$ 处连续性给出

$$A \cos(ka) = Ce^{-\kappa a}, \quad (39)$$

$$-Ak \sin(ka) = -C\kappa e^{-\kappa a}. \quad (40)$$

两式相除，得

$$\boxed{k \tan(ka) = \kappa.} \quad (41)$$

- 奇宇称解： $\psi(-x) = -\psi(x)$ ，则

$$\psi_{\text{II}}(x) = B \sin(kx), \quad (42)$$

并且 $\psi_{\text{I}}(x) = -Ce^{\kappa x}$ ， $\psi_{\text{III}}(x) = Ce^{-\kappa x}$ 。在 $x = a$ 处连续性给出

$$B \sin(ka) = Ce^{-\kappa a}, \quad (43)$$

$$Bk \cos(ka) = -C\kappa e^{-\kappa a}. \quad (44)$$

两式相除，得

$$\boxed{-k \cot(ka) = \kappa.} \quad (45)$$

引入无量纲变量

$$\xi = ka, \quad \eta = \kappa a, \quad (46)$$

则

$$\xi^2 + \eta^2 = \frac{2mV_0a^2}{\hbar^2} = R^2. \quad (47)$$

超越方程变为

$$\eta = \xi \tan \xi \quad (\text{偶宇称}), \quad \eta = -\xi \cot \xi \quad (\text{奇宇称}). \quad (48)$$

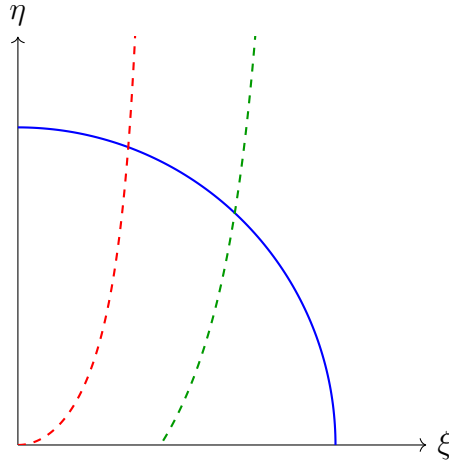


图 6: 有限深势阱超越方程的图解。红色曲线为 $\eta = \xi \tan \xi$ ，绿色曲线为 $\eta = -\xi \cot \xi$ ，蓝色圆弧为 $\xi^2 + \eta^2 = R^2$ 。交点给出束缚态能级。

由图可见，有限深势阱至少有一个束缚态。随着 V_0a^2 增大，束缚态数目增多。当 R 较小时，可能只有一个偶宇称束缚态。

3 一维势垒

3.1 一维阶梯势垒

考虑一维阶梯势垒：

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ V_0, & x > 0, \end{cases} \quad V_0 > 0. \quad (49)$$

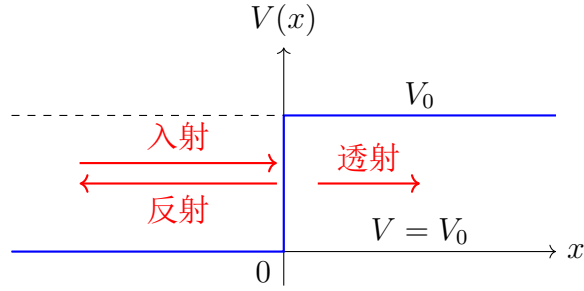


图 7: 一维阶梯势垒示意图。

定态薛定谔方程为

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi = E\psi. \quad (50)$$

在 $x < 0$ 区域, $V = 0$, 方程化为

$$\frac{d^2\psi_I}{dx^2} + k^2\psi_I = 0, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} > 0. \quad (51)$$

其通解为

$$\psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}. \quad (52)$$

其中 Ae^{ikx} 为向右传播的入射波, Be^{-ikx} 为向左传播的反射波。在 $x > 0$ 区域, $V = V_0$, 方程化为

$$\frac{d^2\psi_{II}}{dx^2} + \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\psi_{II} = 0. \quad (53)$$

下面分 $E < V_0$ 和 $E > V_0$ 两种情形讨论。

当 $E < V_0$ 时, 令

$$\kappa = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar} > 0, \quad (54)$$

则方程 (53) 化为

$$\frac{d^2\psi_{II}}{dx^2} - \kappa^2\psi_{II} = 0. \quad (55)$$

其通解为

$$\psi_{II}(x) = Ce^{-\kappa x} + De^{\kappa x}. \quad (56)$$

由于波函数在 $x \rightarrow +\infty$ 时必须保持有限，第二项发散，故 $D = 0$ 。因此

$$\psi_{\text{II}}(x) = Ce^{-\kappa x}. \quad (57)$$

这是指数衰减的解，表明粒子可以进入势垒区域，但概率随深度指数衰减。

在 $x = 0$ 处，波函数及其导数连续：

$$\psi_{\text{I}}(0) = \psi_{\text{II}}(0), \quad \psi'_{\text{I}}(0) = \psi'_{\text{II}}(0). \quad (58)$$

代入 (52) 和 (57)，得

$$A + B = C, \quad (59)$$

$$ik(A - B) = -\kappa C. \quad (60)$$

由 (59) 得 $C = A + B$ ，代入 (60)：

$$ik(A - B) = -\kappa(A + B). \quad (61)$$

整理得

$$B(k - i\kappa) = -A(k + i\kappa), \quad (62)$$

因此

$$\frac{B}{A} = \frac{k - i\kappa}{k + i\kappa}, \quad \frac{C}{A} = \frac{2k}{k + i\kappa}. \quad (63)$$

反射系数为

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \frac{k^2 + \kappa^2}{k^2 + \kappa^2} = 1. \quad (64)$$

透射系数 $T = 0$ 。虽然 $x > 0$ 区域波函数不为零，但它是衰减的，不能传播到无穷远，因此透射概率流为零。这体现了量子力学与经典力学的区别：经典粒子在 $E < V_0$ 时会被完全反射，而量子粒子可以进入势垒区域，但无法穿透到无穷远。

当 $E > V_0$ 时，令

$$k' = \frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar} > 0, \quad (65)$$

则方程 (53) 化为

$$\frac{d^2\psi_{\text{II}}}{dx^2} + k'^2\psi_{\text{II}} = 0. \quad (66)$$

其通解为

$$\psi_{\text{II}}(x) = Ce^{ik'x} + De^{-ik'x}. \quad (67)$$

由于在 $x > 0$ 区域没有向左传播的波源，故 $D = 0$ 。因此

$$\psi_{\text{II}}(x) = Ce^{ik'x}. \quad (68)$$

在 $x = 0$ 处连续性给出

$$A + B = C, \quad (69)$$

$$ik(A - B) = ik'C. \quad (70)$$

由 (69) 得 $C = A + B$ ，代入 (70)：

$$k(A - B) = k'(A + B). \quad (71)$$

整理得

$$B(k + k') = A(k - k'), \quad (72)$$

因此

$$\frac{B}{A} = \frac{k - k'}{k + k'}, \quad \frac{C}{A} = \frac{2k}{k + k'}. \quad (73)$$

反射系数和透射系数分别为

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \left(\frac{k - k'}{k + k'} \right)^2, \quad (74)$$

$$T = 1 - R = \frac{4kk'}{(k + k')^2}. \quad (75)$$

可以验证 $R + T = 1$ ，概率流守恒。当 $E \gg V_0$ 时， $k' \approx k$ ， $R \rightarrow 0$ ，透射系数趋于 1，回到经典极限。

3.2 一维有限高势垒

3.2.1 势垒模型与薛定谔方程

阶梯势垒是势垒问题中最简单的情形。更一般也更有实际意义的是有限宽、有限高的方形势垒：

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ V_0, & 0 < x < a, \\ 0, & x > a, \end{cases} \quad V_0 > 0. \quad (76)$$

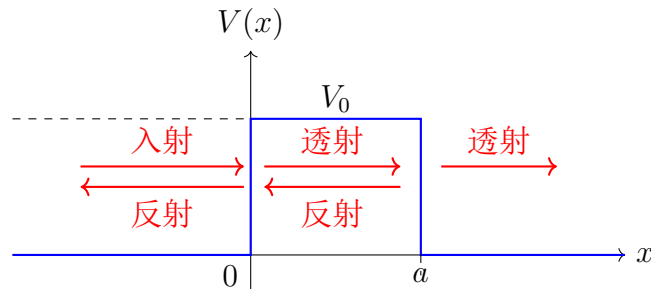


图 8: 一维有限高势垒示意图。

定态薛定谔方程为

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi = E\psi. \quad (77)$$

分三个区域求解。

区域 I ($x < 0$, $V = 0$):

$$\frac{d^2\psi_I}{dx^2} + k^2\psi_I = 0, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} > 0. \quad (78)$$

解为

$$\psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}. \quad (79)$$

区域 II ($0 < x < a$, $V = V_0$): 下面分 $E < V_0$ 和 $E > V_0$ 两种情形。

区域 III ($x > a$, $V = 0$):

$$\frac{d^2\psi_{III}}{dx^2} + k^2\psi_{III} = 0. \quad (80)$$

解为

$$\psi_{III}(x) = Fe^{ikx} + Ge^{-ikx}. \quad (81)$$

由于在 $x > a$ 区域没有向左传播的波源, 故 $G = 0$ 。因此

$$\psi_{III}(x) = Fe^{ikx}. \quad (82)$$

3.2.2 情形一: $E < V_0$ (量子隧穿)

当 $E < V_0$ 时, 在区域 II 中令

$$\kappa = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar} > 0, \quad (83)$$

方程化为

$$\frac{d^2\psi_{II}}{dx^2} - \kappa^2\psi_{II} = 0. \quad (84)$$

通解为

$$\psi_{II}(x) = Ce^{\kappa x} + De^{-\kappa x}. \quad (85)$$

在 $x = 0$ 处, 波函数及其导数连续:

$$A + B = C + D, \quad (86)$$

$$ik(A - B) = \kappa(C - D). \quad (87)$$

在 $x = a$ 处, 波函数及其导数连续:

$$Ce^{\kappa a} + De^{-\kappa a} = Fe^{ika}, \quad (88)$$

$$\kappa(Ce^{\kappa a} - De^{-\kappa a}) = ikFe^{ika}. \quad (89)$$

由 (88) 和 (89) 可以解出 C 和 D 用 F 表示:

$$C = \frac{Fe^{ika}}{2} \left(1 + \frac{ik}{\kappa}\right) e^{-\kappa a}, \quad D = \frac{Fe^{ika}}{2} \left(1 - \frac{ik}{\kappa}\right) e^{\kappa a}. \quad (90)$$

代入 (86) 和 (87)，消去 C, D ，得到透射振幅

$$\frac{F}{A} = \frac{4ik\kappa e^{-ika}}{(k+i\kappa)^2 e^{-\kappa a} - (k-i\kappa)^2 e^{\kappa a}}. \quad (91)$$

透射系数为

$$T = \left| \frac{F}{A} \right|^2 = \frac{16k^2\kappa^2}{(k^2 + \kappa^2)^2 \sinh^2(\kappa a) + 4k^2\kappa^2}. \quad (92)$$

利用 $k^2 + \kappa^2 = 2mV_0/\hbar^2$ ，也可以写为

$$T = \frac{16E(V_0 - E)}{16E(V_0 - E) + V_0^2 \sinh^2(\kappa a)}. \quad (93)$$

当 $\kappa a \gg 1$ 时， $\sinh(\kappa a) \approx e^{\kappa a}/2$ ，透射系数近似为

$$T \approx 16 \frac{E}{V_0} \left(1 - \frac{E}{V_0} \right) e^{-2\kappa a}. \quad (94)$$

可见透射系数随势垒宽度 a 和 κ 指数衰减。这就是**量子隧穿效应**：即使粒子能量低于势垒高度，仍有一定的概率穿透势垒。经典粒子在 $E < V_0$ 时绝对无法越过势垒，而量子粒子可以“隧穿”过去。

3.2.3 情形二： $E > V_0$

当 $E > V_0$ 时，在区域 II 中令

$$k' = \frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar} > 0, \quad (95)$$

方程化为

$$\frac{d^2\psi_{\text{II}}}{dx^2} + k'^2\psi_{\text{II}} = 0. \quad (96)$$

通解为

$$\psi_{\text{II}}(x) = Ce^{ik'x} + De^{-ik'x}. \quad (97)$$

边界条件与前面类似，只是将 κ 替换为 ik' 。经过相同的推导，可以得到透射系数

$$T = \frac{4k^2k'^2}{(k^2 - k'^2)^2 \sin^2(k'a) + 4k^2k'^2}. \quad (98)$$

用能量表示：

$$T = \frac{4E(E - V_0)}{4E(E - V_0) + V_0^2 \sin^2(k'a)}. \quad (99)$$

当 $k'a = n\pi$ ($n = 1, 2, \dots$) 时， $\sin(k'a) = 0$ ，透射系数 $T = 1$ ，出现**共振透射**。此时势垒对粒子完全透明。这一现象在经典力学中不会出现，是量子干涉的结果。

当 $E \gg V_0$ 时， $k' \approx k$ ，且 $k'a$ 通常很大， $\sin^2(k'a)$ 快速振荡，其平均值约为 $1/2$ ，因此 T 在 1 附近振荡，平均趋于 1，回到经典极限。

4 一维谐振子

4.1 薛定谔方程解法

一维谐振子的势能为

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2. \quad (100)$$

定态薛定谔方程为

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \psi = E\psi. \quad (101)$$

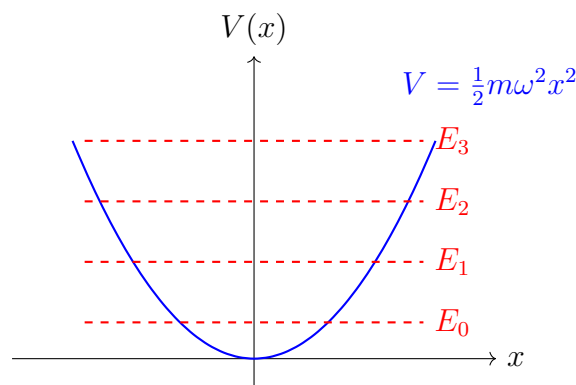


图 9: 一维谐振子的势能曲线及能级示意图。

引入无量纲变量

$$\xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x, \quad \lambda = \frac{2E}{\hbar\omega}. \quad (102)$$

方程 (101) 化为

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} + (\lambda - \xi^2)\psi = 0. \quad (103)$$

当 $\xi \rightarrow \pm\infty$ 时, $\psi \sim e^{-\xi^2/2}$ 。因此设

$$\psi(\xi) = H(\xi)e^{-\xi^2/2}. \quad (104)$$

代入 (103), 得

$$\frac{d^2H}{d\xi^2} - 2\xi \frac{dH}{d\xi} + (\lambda - 1)H = 0. \quad (105)$$

这是厄米方程。为了使波函数在无穷远平方可积, $H(\xi)$ 必须为多项式。这要求

$$\lambda - 1 = 2n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (106)$$

因此

$$\lambda = 2n + 1. \quad (107)$$

能量本征值为

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (108)$$

对应的本征函数为

$$\psi_n(x) = N_n H_n(\xi) e^{-\xi^2/2}, \quad \xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x, \quad (109)$$

其中 $H_n(\xi)$ 为厄米多项式，归一化系数为

$$N_n = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}}. \quad (110)$$

前几个能级和波函数为

$$n = 0: \quad E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega, \quad \psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} e^{-m\omega x^2/2\hbar}, \quad (111)$$

$$n = 1: \quad E_1 = \frac{3}{2}\hbar\omega, \quad \psi_1(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \sqrt{2}\xi e^{-\xi^2/2}, \quad (112)$$

$$n = 2: \quad E_2 = \frac{5}{2}\hbar\omega, \quad \psi_2(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2}}(2\xi^2 - 1)e^{-\xi^2/2}. \quad (113)$$

谐振子能级是等间距的，间隔为 $\hbar\omega$ 。基态能量 $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$ ，称为零点能。这是量子力学中特有的现象，经典谐振子的最低能量为零。

波函数 $\psi_n(x)$ 具有确定的宇称： n 为偶数时 $\psi_n(-x) = \psi_n(x)$ ， n 为奇数时 $\psi_n(-x) = -\psi_n(x)$ 。这与势能关于原点对称一致。

习题

待定